高次方程式の世界

〜〜〜事　前　課　題〜〜〜

２年[　　]組[　　]番

[　　　　　　　　　　　　　　　]

授業者：森　本　　貴　彦

(筑波大学大学院教育研究科)

QUESTION　1

４次方程式 $x^4-15x^3+2x^2-25x-75=0$ **の解を１つ求めなさい。**

17 世紀に William George Horner(参照：P５“参考１”)は“London の Royal Society の Philosophical Transactions” (参照：P６“参考２”)の中で次のような解法を示している。
(①)～(⑥)に当てはまる式・数を下の□から選びなさい。
[同じ番号の( )には、同じ式・数が入る]

[Horner の方法]
方程式 $x^4-15x^3+2x^2-25x-75=0$ は、x に 10 と 20 を代入することで、
10 と 20 の間に解がある(注)とわかる。
よって、$x^4-15x^3+2x^2-25x-75$ を $x-10$ で割る。

1	−15	2	−25	−75	10
	10	−50	−480	−5050	
1	−5	−48	−505	−5125	

すると、この方程式は、$(x-10)(x^3-5x^2-48x-505)-5125=0$
さらに、$x^3-5x^2-48x-505$ を $x-10$ で割ると
この方程式は、$(x-10)\{(x-10)($①　　　$)-($②　　$)\}-5125=0$
また、(①　　　)を $x-10$ で割る。
つまり、この方程式は、
$(x-10)[(x-10)\{(x-10)(($③　　　$)+($④　　　$))\}-($②　　$)]-5125=0$
そして、(③　　　)を $x-10$ で割る。
このとき、この方程式は、
$(x-10)[(x-10)[(x-10)\{(x-10)\cdot 1+($⑤　　　$)\}+($④　　　$)]-($②　　$)]-5125=0$
$x-10=y$ とすると、この方程式は(⑥　　　　　　　　　　)=0 となる。
(⑥　　　　　　　　　　)は、$y-5$ で割り切れる。
よって、方程式は(⑥　　　　　　　　　　)=0 の解は 5 である。
よって、４次方程式 $x^4-15x^3+2x^2-25x-75=0$ の解は 15 である。

ア．x^2+5x+2	イ．$x-25$	ウ．$x^2-5x-98$	エ．25
オ．485	カ．75	キ．$y^4+25y^3+152y^2-485y-5125$	
ク．$x+15$	ケ．152	コ．$x^3+5x^2+2x-485$	

(注)$f(x)=x^4-15x^3+2x^2-25x-75$ とすると、$f(10)<0$、$f(20)>0$ であることから、
$10<x<20$ に少なくとも１つ解があることがわかる。

計 算 欄

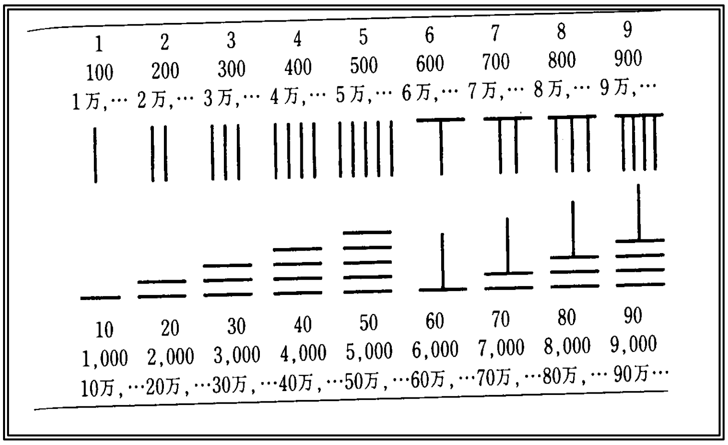
QUESTION 2

古代中国では、下の図の規則に従って数を表していました。
例えば、

は、20011215 **を表している。**
次の(1)**、**(2)**が数を求めよ。**

(1) 

(2) 



≪参考１(William George Horner って誰？)≫

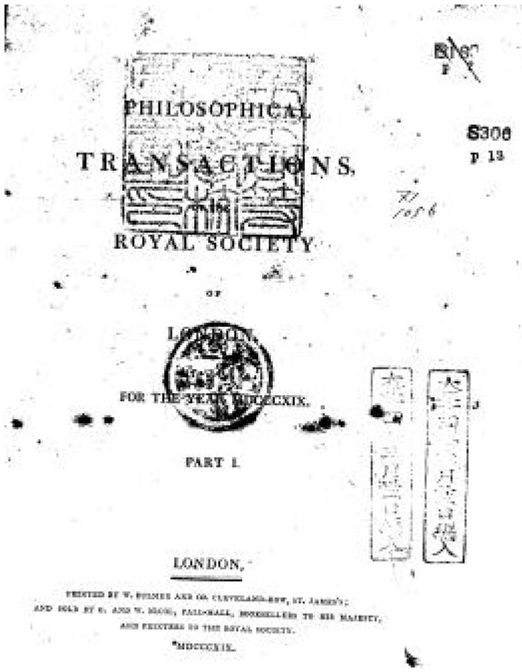
William George Horner (1786–1837) was educated at Kingswood School, near Bristol, but had no university training and was not a noted mathematician. In 1809, he established a school at Bath, where he remained until his death. It was there that he discovered the method of approximating roots of higher numerical equations which is his sole claim for fame.

William George Horner(1786～1837)は、Bristolの近くのKingswood Schoolで教育を受けたが、大学での教育は受けておらず、注目される数学者ではなかった。彼は、1809年にBathに学校を設立し、そして、死ぬまでそこにとどまった。そして、彼への名声に対して彼の唯一の主張であるより高い次数の数の方程式の根を近似する方法を発見したのもまさにここである。(翻訳者：森本)

The paper here reproduced, the first written by Horner on approximations, was read before the Royal Society July 1, 1819 and was published in the *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1819, pp. 308–335. The modern student of mathematics will notice at once the length and difficulty of Horner's treatment when comparing it with the simple, elementary explanation in modern texts. In speaking of the publication of the article in the *Transactions*, T. S. Davies said: "The elementary character of the subject was the professed objection; his recondite mode of treating it was the professed passport for its admission." The paper was reprinted in the *Ladies' Diary* of 1838 and two revisions were published,—the first in Leybourn's *Repository*, (1830) and the second (posthumously) in the first volume (1845) of *The Mathematician*. In his original article, Horner made use of Taylor's Theorem, obtaining his transformations by methods of the calculus, but in his revisions he used ordinary algebra and gave a more simple explanation of the process.

Horner によって書かれた原本を複製したその文書は、1819 年 7 月 1 日に Royal Society の前で読まれ、1819 年に London の Royal Society の Philosophical Transactions (P308～P335)の中で公表された。最近の数学を学ぶ学生は、最近のテキストに示されている単純で基本的な説明と比較するときに、Horner の論じ方の長さと難しさにすぐに気付く。Transactions の中での文書の公表について言えば、T.S.Davies は次のように言っている。「その主題の基本的な特徴は、見せかけの異議である。
つまり、彼の難解な主題を論じる方法は、彼の主題を受け入れることへの許可の見せかけのパスポートである。」その文書は1838年のLadies' Diaryの中で再版され、２つの改訂版が(最初に 1830 年の Leybourn's Repository の中で、次に 1840 年に Tbe Mathematician の第１巻の中で)公表された。彼の最初の論説の中では、Horner は Taylarの定理を利用し、微積分法によって変形する方法を得ているが、改訂版の中では一般的な代数を使い、過程についてより単純な説明をしている。(翻訳者：森本)

≪参考２(London の Royal Society の Philosophical Transactions って何？)≫



PHILOSOPHICAL

TRANSACTIONS,

ROYAL SOCIETY

OF

LONDON.

FOR THE YEAR MDCCCXIX.

PART I.

LONDON,

MDCCCXIX.

その中に・・・

[308]

XXI. *A new method of solving numerical equations of all orders, by continuous approximation.** *By* W. G. Horner, *Esq.* *Communicated by* Davies Gilbert, *Esq. F. R. S.*

Read July 1, 1819.